

بررسی انتقادات شاکل علیه نظریه هنجارمندی باور: ارائه «شاهدی» در دفاع از هنجار صدق و معرفت

مقداد قاری^۱، سید علی کلانتری^۲

چکیده: بنا بر نظریه هنجارینگی باور در معرفت‌شناسی، باور حالت ذهنی هنجارین می‌باشد. نسخه‌های متعددی از این نظریه در متون فلسفی موجود است که در این مقاله به بررسی دو نسخه معروف از آن‌ها خواهیم پرداخت. نسخه اول ناظر به هنجاری است که اصطلاحاً «هنجار صدق» نامیده می‌شود؛ بر اساس این هنجار «شخص باید به p باور داشته باشد اگر و فقط اگر p صادق باشد» (Shah 2003, 2009). بر اساس نسخه دیگر «شخص باید به p باور داشته باشد اگر و تنها اگر p را بداند» (Williamson 2000, Brown 2010). بحث در باب این نظریات، مبحثی است گسترده که طبعاً بررسی تمامی آن‌ها خارج از محدوده و هدف مقاله پیش رو است. تمرکز ما در این مقاله، ناظر به انتقادات مهمی است که شاکل (Shackel) مطرح ساخته است. بر اساس این انتقاد، گزاره‌های خودارجاعی وجود دارند که هنجارهای معرفی شده در ارتباط با آن‌ها دچار تناقض می‌گردند. در این مقاله به نقد و بررسی انتقادات شاکل خواهیم پرداخت.

واژگان کلیدی: هنجار صدق، هنجار معرفت، باور، دامنه بلند، دامنه کوتاه، گزاره خود ارجاع

On Shackel's Criticisms against the Normativity of Belief: a new Evidence for Truth and Knowledge Norms of Belief

Meghdad Ghari, Seyyed Ali Kalantari

Abstract: On the basis of the normativity of belief thesis in epistemology, belief is a normative mental state. There are various versions of the thesis in the literature, which two of the most well-known versions will be considered in this paper. The first version concerns the so-called "truth norm" holds that "one ought to believe that p iff p is true" (Shah 2003, 2009). On the basis of the other one, known as "knowledge norm", "one ought to believe that p iff one knows that p " (Williamson 2000, Brown 2010). A complete consideration of the theses is typically extraneous to the purpose of this short paper. Our focus in this paper concerns Shackel's criticisms, according to which, there are self-referral sentences which render the norms into contradiction. In this paper we will consider and defuse the criticisms.

Keywords: truth norm, knowledge norm, belief, narrow scope, wide scope, self-reference proposition

مقدمه

بحث در بابِ چِستیِ گرایش گزاره‌ای «باور» و تفاوت آن با دیگر گرایش‌های گزاره‌ای، یکی از مباحث مهم در فلسفه ذهن و معرفت‌شناسی معاصر تلقی می‌گردد. امروزه فلاسفه متعددی مدعی این نظر هستند که آنچه باور را از دیگر گرایش‌های ذهنی متمایز می‌کند، رابطه منحصربه‌فردی است که این گرایش گزاره‌ای با صدق^۱ دارد. برنارد ویلیامز^۲ این مطلب را به صورت یک گزین‌گویه^۳ که «باور ناظر به هدف صدق می‌باشد»^۴ بیان کرده است. گزین‌گویه ویلیامز در ادبیات فلسفی معاصر به کرات ذکر گردیده و مورد تایید بسیاری از فلاسفه ذهن معاصر قرار گرفته است.^۵ این فلاسفه نوعاً گزین‌گویه ویلیامز را بیان‌کننده خواص منحصربه‌فرد باور قلمداد کرده اند که آن را به لحاظ مفهومی، از مابقی گرایش‌های گزاره‌ای مانند آرزو متمایز می‌کند. اکنون ممکن است این سوال به ذهن برسد که اسناد «هدف صدق» به باور در گزین‌گویه ویلیامز اصولاً به چه معناست، و چگونه مطلب مذکور می‌تواند باور را از دیگر حالات ذهنی متمایز کند؟ در ادبیات فلسفی مباحث مفصلی در باب این سوال وجود دارد. یکی از نظریات معروف راجع به این سوال که در مقاله پیش رو مطرح نظر ما نیز هست «تز هنجارینگی باور»^۶ می‌باشد. این تز، «هدف صدق» مذکور را به صورت یک رابطه هنجارین میان باور و محتوای باور تعبیر می‌کند.^۷ مدافعین تز هنجارینگی باور، رابطه هنجارین مذکور را معمولاً توسط هنجاری که در ادبیات فلسفی «هنجار صدق»^۸ می‌نامند صورت‌بندی می‌کنند؛ به این صورت که:

(TN): برای هر گزاره p و شخص S: شخص S باید به p باور داشته باشد اگر و تنها اگر p صادق باشد.^۹

1. Truth

2. Williams 1973

3. Slogan

4. belief aims at truth

^۵. در این رابطه همچنین می‌توانید بنگرید به: Wedgwood 2013: 123

6. the normativity of belief thesis

^۷. در این رابطه مثلاً می‌توانید بنگرید به Boghossian 2003, 2008; Millar 1994; Shah 2003, 2009; Whiting 2010

8. truth norm

^۹. در این خصوص مثلاً بنگرید به: Shah 2009, 2003

۱۰. لازم به ذکر است که به هنجار مذکور که (۱) بر اساس مفهوم هنجارین «باید» و (۲) به صورت دوطرفه صورت‌بندی شده، هنجار صدق استاندارد می‌گویند. البته خوانندگان محترم توجه نمایند که صورت‌های متفاوت دیگری از این هنجار در متون فلسفی موجود است که مثلاً یک‌طرفه هستند و یا به جای مفهوم «باید» بر اساس مفهوم «مجاز بودن» (permission) صورت‌بندی شده اند. بحث از این دو مورد خارج از موضوع و هدف مقاله پیش رو است، خوانندگان

قاری، کلاتری

بنا بر تز هنجارینگی باور اولاً رابطه‌ای هنجارین (یعنی TN) میان فعل باور کردن و صدق محتوای آن باور وجود دارد و ثانیاً رابطه هنجارین مذکور از مقومات^۱ مفهومی باور می‌باشد. به بیان دیگر این مدعا که «شخص باید به p باور داشته باشد اگر و تنها اگر p صادق باشد» بیانگر صدقی مفهومی راجع به مفهوم باور بوده و آن را از بقیه گرایش‌های گزاره‌ای مثل آرزو متمایز می‌کند.^۲ برای درک این مطلب که چگونه TN بر اساس تز هنجارینگی باور می‌تواند باور را به‌لحاظ مفهومی از دیگر گرایش‌های گزاره‌ای مثل آرزو متمایز کند، مثال باور من به این که «سپاهان بهترین تیم فوتبال ایران است» و آرزوی من که «سپاهان بهترین تیم فوتبال ایران باشد» را در نظر بگیرید. اگر محتوای باور من، یعنی این گزاره که «سپاهان بهترین تیم فوتبال ایران است»، کاذب باشد بنا بر TN این نتیجه حاصل می‌شود که چنین نیست که من باید به گزاره مذکور باور داشته باشم و لذا لازم است تا باور خود را مورد تجدید نظر قرار دهم. اما اگر محتوای آرزوی من مبنی بر این که «سپاهان بهترین تیم فوتبال ایران است» کاذب باشد، بنا بر آنچه از مفهوم آرزو درمی‌یابیم، من باز هم مجاز به داشتن آرزوی مذکور می‌باشم. این دو مثال نشان می‌دهند که ارزش صدق محتوای یک باور، فعل باور کردن را (چنانکه در TN صورت‌بندی شده) «مقید»^۳ می‌کند؛ به این معنا که داشتن یک باور با محتوای کاذب، برخلاف هنگامی که محتوای باور صادق است، این نتیجه را حاصل نمی‌کند که شخص ملزم به داشتن آن باور است؛ به بیان دیگر در این حالت چنین نیست که شخص باید به گزاره‌ای که کاذب است باور داشته باشد؛ اما ارزش صدق محتوای یک آرزو، فعل آرزو کردن را مقید نمی‌کند. به بیان دیگر داشتن یک آرزو با محتوای کاذب اشتباه نیست، یعنی من مجاز به داشتن آرزویی حتی با محتوایی کاذب هستم.^۴

بحث در مورد تز هنجارینگی باور در ادبیات فلسفی موضوعی داغ و فراگیر می‌باشد، و فلاسفه از زوایای مختلفی این تز را مورد دفاع یا نقد قرار داده‌اند. فلاسفه‌ای که مدافع تز هنجارینگی باور هستند در ادبیات فلسفی اصطلاحاً هنجارگرا^۵ و فلاسفه‌ای که

محترم برای اطلاع از این موارد می‌توانند به مقالات دیگر به قلم نویسندگان همین مقاله مراجعه فرمایند (کلاتری ۱۳۹۳، ۱۳۹۵). یادآور می‌شویم، در سرتاسر این مقاله ما صورت استاندارد هنجار صدق را ملاک بحث قرار داده‌ایم تا بحث تخصصی‌تر در مورد دامنه آن، یعنی این که آیا بایستی هنجار صدق به صورت دامنه بلند و یا کوتاه باشد، ساده‌تر گردد.

1. Constituents

2. Shah 2003: 449

3. constrain

۴. بحث مفصل‌تر در این خصوص را می‌توانید در کتاب (Velleman 2000) و یا این مقاله از نویسندگان (کلاتری ۱۳۹۳، ۱۳۹۵) بیابید.

5. normativists

مخالف این تز هستند اصطلاحاً ضدِ هنجارگرا^۱ نامیده می‌شوند. مباحث مطرح شده میان هنجارگرایان و ضدِ هنجارگرایان حجم قابل توجهی از متون فلسفی معرفت‌شناسی معاصر را به خود اختصاص داده است، که طبعاً بررسی همه این مباحث خارج از محدوده و هدف نوشته پیش رو است (خواننده محترم برای اطلاع در مورد مبحث متنوع در این حوزه می‌تواند به منابع مهم و کلاسیک در این خصوص که بعضاً در همین مقاله معرفی شده‌اند مراجعه نماید)^۲. یکی از انتقادات علیه هنجار صدق که در بالا مطرح شد توسط شاکل^۳ مطرح شده که بر اساس این انتقاد، گزاره‌های خودارجاعی وجود دارند که هنجار صدق در ارتباط با آن‌ها دچار تناقض می‌گردد. لازم به ذکر است که شاکل انتقاد مشابهی علیه هنجار معروف دیگری هم که در متون فلسفی هنجار معرفت نامیده می‌شود مطرح می‌کند. بر اساس هنجار معرفت، باورها (برخلاف آنچه ویلیامز می‌گوید ناظر به هدف صدق نیستند بلکه) ناظر به معرفت هستند.^۴ فلاسفه مدافع این نظر، هنجار معرفت را به شکل زیر صورت‌بندی می‌کنند:

(KN): برای هر گزاره p و هر شخص s : s باید به p باور داشته باشد اگر و تنها اگر p را بداند.

هدف این مقاله بررسی نقد انتقادات شاکل است که در ادامه به آن می‌پردازیم. برای بررسی انتقادات شاکل در بخش بعدی مقاله به تشریح منطق تکلیفی خواهیم پرداخت که به نظر ما برای صورت‌بندی این انتقادات مناسب است.

۲- زبان و دلالت‌شناسی منطق ELO

در این بخش به معرفی منطقی می‌پردازیم که شامل عملگرهای باور B ، معرفت K و باید O می‌باشد. از این پس این منطق را ELO (مخفف Epistemic Logic of Obligation) می‌نامیم. این منطق ترکیبی است از یک منطق ساده باور، یک منطق موجه نرمال معرفت، و یک منطق موجه غیرنرمال تکلیف. این منطق ترکیبی توسط نویسندگان برای صورت‌بندی هنجارهای صدق و معرفت و برای بررسی انتقادات شاکل طراحی شده است. نحو و دلالت‌شناسی منطق ELO در بخش‌های بعدی تعریف می‌شوند.

1. anti-normativists

۲. به عنوان مثال این منابع از منابع مهمی هستند که به دفاع از تز هنجارینگی باور پرداخته‌اند:

Boghossian 2003, 2008; McHugh and Whiting 2014; Shah 2003, 2009; Wedgwood 2007; Whiting 2010

از طرف دیگر برای اطلاع از برخی منابع مهم که به نقد تز هنجارینگی باور پرداخته‌اند به این منابع رجوع کنید:

Gluer and Wikforss 2009, 2010, 2013; Steglich-Petersen, 2006

3. Shackel 2014

۴. ویلیامز ۲۰۰۰: Williamson 2000

قاری، کلاتری

لازم به ذکر است که فیلسوفان بین دو نوع الزام^۱ تمایز قایل شده‌اند: «باید انجام شود»^۲ و «باید چنین باشد»^۳. به‌عنوان مثال، الزام در «شما باید بیشتر به مادر پیر خود سر بزنید» از نوع «باید انجام شود» است، در حالی که الزام در «راست‌گویی در جامه باید برقرار باشد» از نوع «باید چنین باشد» است. الزام در نوع «باید انجام شود» به شخص تجویز می‌کند که عملی را انجام دهد، در حالی که الزام در نوع «باید چنین باشد» بیان می‌کند که چه چیز مطلوب است و وضعیتی از جهان را طلب می‌کند. الزام نوع اول را می‌توان «الزام هنجاری»^۴ و الزام نوع دوم را می‌توان «الزام ایده‌آل»^۵ نامید. هر چند این دو نوع الزام در بادی امر ممکن است متفاوت به نظر برسند، ولی از نظر برخی فلاسفه - که ما نیز دیدگاه آن‌ها را می‌پذیریم - می‌توان به صورت زیر این دو را به یکدیگر تبدیل کرد:

شخص باید عمل X را انجام دهد \equiv باید این حالت برقرار باشد که شخص عمل X را انجام می‌دهد.

برای مثال، «شما باید بیشتر به مادر پیر خود سر بزنید» را می‌توان به صورت «باید این حالت برقرار باشد که شما بیشتر به مادر پیر خود سر می‌زنید» بیان کرد.^۶

لازم به ذکر است از این پس برای سهولت در پیش‌برد استدلال‌های صوری، ما ایده فوق را پذیرفته و هنجار صدق را به شکل زیر بازنویسی می‌کنیم:

برای هر گزاره p و شخص s : باید این حالت برقرار باشد که شخص s به p باور دارد اگر و تنها اگر p صادق باشد.

۱-۲- نحو

زبان منطق ELO گسترشی از زبان منطق گزاره‌ها با عملگرهای باور، معرفت و باید است. فرض کنید $Prop$ مجموعه شمارای نامتناهی از متغیرهای گزاره‌ای و Ag مجموعه‌ای متناهی از عامل‌ها (یا اشخاص) باشد. فرمول‌های درست‌ساخت زبان (یا به‌طور ساده فرمول‌ها) به صورت استقرایی زیر تعریف می‌شوند:

• هر متغیر گزاره‌ای $p \in Prop$ فرمول هستند.

- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| 1. Ought | 2. Ought-to-do (Tun-sollen) |
| 3. Ought-to be (Sein-sollen) | 4. normative ought |
| 5. ideal ought | |

۶. برای اطلاعات بیشتر (Hansson 2013) را ببینید.

- تناقض \perp یک فرمول است.
- اگر φ و ψ فرمول باشد، آن گاه $\varphi \rightarrow \psi$ نیز یک فرمول است.
- اگر φ یک فرمول باشد، آن گاه $O\varphi$ نیز فرمول هستند.
- اگر φ یک فرمول و a یک عامل باشد، آن گاه $B_a\varphi$ و $K_a\varphi$ نیز فرمول هستند.

مجموعه همه فرمول‌ها را با Fm نشان می‌دهیم. بقیه رابط‌های منطق گزاره‌ها به صورت استاندارد تعریف می‌شوند، مثلاً:

$$\neg\varphi := \varphi \rightarrow \perp$$

$$\varphi \wedge \psi := \neg(\varphi \rightarrow \neg\psi)$$

$$\varphi \leftrightarrow \psi := (\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \varphi).$$

فرمول‌های زبان این منطق به صورت زیر خوانده می‌شوند:

- $O\varphi$ به صورت « φ باید صادق باشد» خوانده می‌شود.
- $B_a\varphi$ به صورت «عامل a به φ باور دارد» خوانده می‌شود.
- $K_a\varphi$ به صورت «عامل a به φ معرفت دارد» خوانده می‌شود.

منطق ELO دارای اصول زیر است:

- | | |
|--|--|
| <p>(Taut)</p> <p>(اصل D)</p> <p>(اصل OB)</p> <p>(اصل K)</p> <p>(اصل T)</p> | <p>۱. همه فرمول‌های معتبر منطق گزاره‌ها در زبان ELO</p> <p>۲. $\neg(O\varphi \wedge O\neg\varphi)$</p> <p>۳. $O\neg(B_a\varphi \wedge B_a\neg\varphi)$</p> <p>۴. $K_a(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (K_a\varphi \rightarrow K_a\psi)$</p> <p>۵. $K_a\varphi \rightarrow \varphi$</p> |
|--|--|

منطق ELO دارای قواعد زیر است:

- | | |
|--|--|
| <p>(قاعده MP)</p> <p>(قاعده RE)</p> <p>(قاعده Nec)</p> | <p>۱. قاعده وضع مقدم: $\frac{\varphi, \varphi \rightarrow \psi}{\varphi}$</p> <p>۲. قاعده تعادل باید: $\frac{\varphi \leftrightarrow \psi}{O\varphi \leftrightarrow O\psi}$</p> <p>۳. قاعده ضرورت معرفت: $\frac{\varphi}{K_a\varphi}$</p> |
|--|--|

اگر فرمول φ با فرضیات S در منطق ELO اثبات شود آن گاه آن را با نماد $S \vdash \varphi$ نشان می‌دهیم. دقت کنید که در اثبات با فرضیات قاعده‌های MP ، RE و Nec به صورت زیر به کار می‌روند:

$$\frac{S \vdash \varphi \quad S' \vdash \varphi \rightarrow \psi}{S, S' \vdash \psi} \quad \frac{\vdash \varphi \leftrightarrow \psi}{S \vdash \varphi \leftrightarrow \psi} \quad \frac{\vdash \varphi}{S \vdash K_a\varphi}$$

قاری، کلاتری

اجازه دهید در این جا توضیحاتی مختصر در مورد اصول و قواعد منطق ELO ارائه دهیم.

اصل D در واقع بیان می‌کند که مجموعه هنجارها سازگار است، یعنی این حالت اتفاق نمی‌افتد که یک گزاره و نقیض آن همزمان هر دو باید صادق باشند. اصل OB بیان می‌کند که مجموعه باورهای یک عامل باید سازگار باشد، یعنی یک عامل نباید همزمان به یک گزاره و نقیض آن باور داشته باشد. دقت کنید که در این منطق یک عامل می‌تواند باور کاذب داشته باشد،^۱ ولی بنا بر اصل OB او نباید باور متناقض داشته باشد (یعنی نباید باور داشته باشند که تناقض صادق است).

اصل K بیان‌کننده اصل بستار معرفت است، یعنی مجموعه گزاره‌هایی که عامل به آن‌ها معرفت دارد تحت استنتاج منطقی (یا به‌طور دقیق‌تر تحت استلزام مادی) بسته است. اصل T بیان می‌کند که صدق یکی از مقومات معرفت است، یعنی عامل‌ها به گزاره‌های کاذب معرفت ندارند.

اصول بسیار دیگری وجود دارند که می‌توان آن‌ها را به منطق ELO افزود. مثلاً اصول شناخته‌شده زیر را در نظر بگیرید:

$$O(O\phi \rightarrow \phi)$$

$$\neg(B_a\phi \wedge B_a\neg\phi)$$

$$B_a(\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (B_a\phi \rightarrow B_a\psi)$$

$$B_a(\phi \wedge \psi) \rightarrow (B_a\phi \wedge B_a\psi)$$

$$K_a\phi \rightarrow B_a\phi$$

مثلاً اگر تحلیل سه بخشی «باور صادق موجه» را برای معرفت بپذیریم، اصل ۵ باید به منطق اضافه شود. در این جا ما سعی می‌کنیم یک منطق حداقلی با کمترین اصول در نظر بگیریم که در آن بتوان به صورت بندی هنجارهای صدق و معرفت و بررسی انتقادات شاکل پرداخت.

قاعده تعادل RE (REGularity rule) بیان می‌کند که اگر ثابت شود که دو گزاره با یکدیگر معادل هستند، آن‌گاه اگر یکی از دو گزاره باید صادق باشد، دیگری نیز باید صادق باشد. از آنجایی که مفهوم باید در منطق ELO به عامل بستگی ندارد، این قاعده به نظر قاعده‌ای قابل قبول می‌آید.

اما قاعده ضرورت معرفت (قاعده Nec) به نظر قاعده‌ای پذیرفتنی نیست. دقت کنید که عامل‌ها در این قاعده نقش بازی می‌کنند. این قاعده بیان می‌کند که اگر فرمولی قضیه باشد، آن‌گاه همه عامل‌ها (از جمله عامل a) می‌دانند که آن فرمول صادق است. می‌دانیم که تعداد قضیه‌های ELO بی‌نهایت شمارش پذیر است، و به‌وضوح یک عامل دلخواه a به صدق همه این قضیه‌ها معرفت ندارد. چون ظرفیت ذهن و توان آدمیان محدود است، لذا هیچ انسانی اصولاً «نمی‌تواند» به همه قضایای معتبر معرفت داشته باشد. این مسئله در ادبیات منطق‌های معرفتی به مسأله همه‌چیزدانی منطقی^۲ مشهور است. لازم به ذکر است که برخی از منطق‌دانان اصل K را نیز یک صورت بندی از مسأله همه‌چیزدانی منطقی می‌دانند.^۳ با این توضیحات هرچند قاعده ضرورت معرفت به نظر قاعده‌ای

۱. با استفاده از دلالت‌شناسی بخش بعد به سادگی می‌توان ثابت کرد که فرمول $B_a\phi \rightarrow \phi$ معتبر نیست.

۲. logical omniscience problem

۳. برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد صورت‌های دیگر مسأله همه‌چیزدانی منطقی به (Fagin, et. al. 1995) مراجعه کنید.

غیرقابل قبول می‌رسد، ولی چون استدلال شاکل بر این قاعده بنا شده است ما این قاعده را در صورت‌بندی منطق ELO قرار داده‌ایم. در مورد کاربرد قاعده ضرورت معرفت با فرضیات در بخش‌های بعدی بیشتر صحبت خواهد شد.

قاعده‌ای مشابه با قاعده‌ی *Nec* برای عملگر باور به صورت زیر می‌توان معرفی کرد:

$$\text{قاعده ضرورت باور (قاعده‌ی } Nec_B): \frac{\varphi}{B_a \varphi}$$

این قاعده نیز اشکالی مشابه با قاعده ضرورت معرفت دارد. یعنی یک عامل دلخواه a به صدق همه قضیه‌های منطق باور ندارد (مخصوصاً در نظر بگیرید که عامل‌های انسانی ایده‌آل نیستند). بنابراین قاعده ضرورت باور نیز قاعده‌ای غیرقابل قبول است و به علاوه در استدلال‌های بخش‌های بعدی نقشی بازی نمی‌کند، و به همین دلیل آن را در صورت‌بندی منطق ELO قرار نداده‌ایم.

با توجه به بحث‌هایی که در بالا ارائه شد به نظر می‌رسد که اصول موضوعه و قواعد منطق ELO (به غیر از قاعده *Nec*) «معقول» و به لحاظ فلسفی قابل دفاع هستند. همان‌طور که در بخش‌های ۳ و ۴ خواهیم دید برای بررسی انتقادات شاکل فقط اصول T و K و قاعده *Nec* (و البته اصول و قواعد منطق گزاره‌ها) دخیل هستند. بنابراین همه بحث‌های صورت‌گرفته در آن دو بخش بدون در نظر گرفتن اصول D و OB و قاعده RE نیز معتبر هستند.

۲-۲- دلالت‌شناسی

در این بخش بر اساس مدل‌های همسایگی^۱ برای منطق ELO یک دلالت‌شناسی ارائه می‌دهیم. این دلالت‌شناسی بر اساس مفهوم جهان‌های ممکن تعریف می‌شود. فرض کنید W مجموعه‌ای ناتهی از جهان‌های ممکن (یا وضعیت‌های ممکن) باشد. هر زیرمجموعه P از W ، $P \subseteq W$ ، نشان‌دهنده یک گزاره^۲ است (در واقع نشان‌دهنده گزاره‌ای است که در وضعیت‌های P صادق است). به‌طور شهودی، گزاره P در وضعیت w صادق است هرگاه $w \in P$. این تعریف از گزاره تعریفی دلالت‌شناسانه و مصداقی^۳ است، که با مفهوم نحوی و مضمونی^۴ فرمول که در بخش قبل معرفی شد متفاوت است.

یک تابع همسایگی N روی W تابعی است به صورت $N: W \rightarrow \wp \wp(W)$ ، که در آن $\wp(A)$ نشان‌دهنده مجموعه توانی A یعنی مجموعه همه زیرمجموعه‌های A می‌باشد.^۵

تعریف ۱. یک پیش‌مدل^۶ برای ELO به صورت $M = (W, N^O, V_a^B, R_a^K, V)_{a \in Ag}$ است که مولفه‌های آن به صورت زیر تعریف می‌شوند:

۱. W مجموعه‌ای ناتهی از جهان‌های ممکن (یا وضعیت‌های ممکن) است.

۲. N^O تابع همسایگی روی W هستند، یعنی $N^O: W \rightarrow \wp \wp(W)$ ، که در شرط زیر صدق می‌کند:

برای هر $w \in W$ داریم: اگر $X \in N^O(w)$ آن‌گاه $w \in X$.

۱. neighborhood models

2. proposition

3. Extensional

4. intensional

۵. برای اطلاعات بیشتر (Pacuit 2017) را ببینید.

۶. pre-model

قاری، کلاتری

۳. V_a^B ، برای $a \in Ag$ ، تابع‌های باور هستند که به هر وضعیت مجموعه‌ای از فرمول‌ها را نسبت می‌دهد، یعنی $V_a^B : W \rightarrow \wp(Fm)$.

۴. رابطه دسترس‌پذیری بازتابی^۱ روی W است.

۵. V تابع ارزش‌دهی است که به هر متغیر گزاره‌ای زیرمجموعه‌ای از W را نسبت می‌دهد، یعنی $V : Prop \rightarrow \wp(W)$.

در این جا برای $w, v \in W$ تعبیر N^O و V_a^B و R_a^K را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

- $N^O(w) \subseteq \wp(W)$ نشان‌دهنده مجموعه گزاره‌هایی است که در وضعیت w باید صادق باشند.
- $V_a^B(w) \subseteq Fm$ نشان‌دهنده مجموعه فرمول‌هایی است که در وضعیت w عامل a به صدق آن‌ها باور دارد.
- $wR_a^K v$ یعنی «مطابق با معرفت عامل a در وضعیت w ، وضعیت v ممکن است».

برای هر $w \in W$ مجموعه $V_a^B(w)$ شامل همه فرمول‌هایی است که عامل a در وضعیت w به آن‌ها باور دارد. مجموعه $V_a^B(w)$ مجموعه باور^۲ عامل a در وضعیت w نامیده می‌شود.

برای پیش‌مدل $M = (W, N^O, V_a^B, R_a^K, V)_{a \in Ag}$ ، وضعیت $w \in W$ ، دوتایی (M, w) نمایش‌دهنده یک سناریو است که ما آن را مدل نطقه‌ای^۳ می‌نامیم.

تعریف ۲. برای پیش‌مدل $M = (W, N^O, V_a^B, R_a^K, V)_{a \in Ag}$ ، وضعیت $w \in W$ و فرمول φ ، تعریف صدق فرمول φ در مدل نطقه‌ای (M, w) ، که با نماد $M, w \Vdash \varphi$ نشان داده می‌شود، به صورت استقرایی زیر بیان می‌شود:

- $M, w \Vdash \perp$
- $M, w \Vdash p$ اگر و تنها اگر $w \in V(p)$ ، برای $p \in Prop$.
- $M, w \Vdash \varphi \rightarrow \psi$ اگر و تنها اگر $M, w \Vdash \varphi$ یا $M, w \Vdash \psi$.
- $M, w \Vdash O\varphi$ اگر و تنها اگر $[\varphi]_M \in N^O(w)$.
- $M, w \Vdash B_a\varphi$ اگر و تنها اگر $\varphi \in V_a^B(w)$.
- $M, w \Vdash K_a\varphi$ اگر و تنها اگر $M, v \Vdash \varphi$ برای هر $v \in W$ به طوری که $wR_a^K v$.

در این جا $[\varphi]_M = \{w \in W \mid M, w \Vdash \varphi\}$ مجموعه $[\varphi]_M$ را مجموعه صدق^۴ فرمول φ می‌نامند.

تعریف ۳. یک پیش‌مدل $M = (W, N^O, V_a^B, R_a^K, V)_{a \in Ag}$ را یک مدل برای ELO می‌نامیم هرگاه دارای خاصیت زیر باشد:

1. reflexive
2. belief set
3. pointed model
4. truth set

• برای هر $w \in W$ و برای هر $\varphi \in Fm$ داریم: $[\neg(B_a \wedge B_a \neg \varphi)]_M \in N^O(w)$.

شرط بالا بیان می‌کند که مجموعه باور یک عامل باید سازگار باشد.

تعریف ۴: تعریف اعتبار در منطق ELO به صورت زیر است.

• فرمول φ را معتبر نامیم هرگاه در هر مدل نقطه‌ای صادق باشد. نماد: $\Vdash \varphi$.

• فرمول φ از مقدمات S به‌طور معنایی نتیجه می‌شود^۱ هرگاه در هر مدل نقطه‌ای که همه فرمول‌های S صادق است φ

صادق نیز باشد. نماد: $S \Vdash \varphi$.

قضیه استنتاج^۲: فرض کنید S مجموعه‌ای متناهی از فرمول‌ها و φ یک فرمول باشد. در این صورت $S, \varphi \vdash \psi$ اگر و تنها اگر

$$S \vdash \varphi \rightarrow \psi$$

اثبات. با استقرا روی طول اثبات $S, \varphi \vdash \psi$. □

قضیه استنتاج به قاعده دلیل شرطی^۳ نیز معروف است، و می‌توان آن را در منطق ELO به صورت خلاصه زیر نوشت:

$$\frac{S, \varphi \vdash \psi}{S \vdash \varphi \rightarrow \psi}$$

قضیه تمامیت. فرض کنید S مجموعه‌ای متناهی از فرمول‌ها و φ یک فرمول باشد. در این صورت

$$S \vdash \varphi \text{ اگر و تنها اگر } S \Vdash \varphi$$

اثبات. مطابق معمول اثبات این‌که اگر $S \vdash \varphi$ آن‌گاه $S \Vdash \varphi$ به سادگی با استقرا روی طول اثبات φ از S صورت می‌گیرد. برای

جهت برعکس، فرض کنید $S \Vdash \varphi$. با استفاده از روش مدل کانونی^۴ به راحتی می‌توان مدل کانونی ساخت که در وضعیتی از آن

مدل همه فرمول‌های S صادق هستند، ولی در آن وضعیت φ کاذب است. بنابراین $S \not\vdash \varphi$. □^۵

1. semantically entails

2. deduction theorem

3. conditional proof

4. canonical model construction

۵. مدل کانونی منطق ELO ترکیبی است از مدل کانونی که در (Fagin et. al. 1995) برای منطق معرفتی ساخته می‌شود و مدل کانونی که در (Pacuit

(2017) برای منطق تکلیف ساخته می‌شود. برای جلوگیری از طولانی شدن مقاله در این‌جا ما ترجیح می‌دهیم از ذکر جزئیات ریاضی بیشتر بپرهیزیم.

قاری، کلاتری

در بخش بعدی ابتدا نسخه‌های مختلفی از هنجار صدق که به نظر قابل تفکیک هستند را تشریح نموده و سپس آن‌ها را بر اساس منطقی که در بالا معرفی نمودیم، صورت‌بندی نموده و انتقادات شاکل را رد می‌کنیم.

۳- هنجارهای صدق

ذیلاً دو تعبیر مختلف از هنجار صدق TN را که در ادبیات فلسفی از هم تفکیک نموده‌اند بیان کرده و سپس استدلال می‌کنیم که انتقاد شاکل به هیچ کدام از آن‌ها وارد نیست. دو تعبیر مختلفی که می‌توان از TN بر اساس دامنه‌ای که توسط مفهوم «باید» مقید می‌گردد از این قراراند:^۱

(TNN): برای هر p و s : شخص s باید (p باور داشته باشد) اگر و تنها اگر p صادق باشد.

و

(TNW): برای هر p و s : شخص s باید (p باور داشته باشد) اگر و تنها اگر p صادق باشد.

نکته اول در باب دو هنجار فوق آن است که برخلاف آنچه ممکن است به نظر برسد، نمی‌توان هنجار با دامنه کوتاه را از هنجار با دامنه بلند منطقاً نتیجه گرفت. به بیان دیگر از آن‌جا که «باید» در هنجار TNW واجد دامنه بلند است، نمی‌توان از آن نتیجه گرفت که شخص باید به p باور بیاورد حتی اگر p صادق باشد. این مدعا از نظر نویسندگان این مقاله قابل قبول به نظر می‌رسد، ذیلاً استدلالی که له این مدعا مطرح شده و در متون فلسفی اصطلاحاً «استدلال جدانشدگی»^۲ نامیده می‌شود را به اختصار شرح می‌دهیم.^۳ بر اساس این استدلال به‌عنوان یک قاعده کلی وقتی «باید» واجد دامنه بلند نسبت به یک شرطی است، نمی‌توان آن را در داخل شرطی پخش نمود. به‌عنوان مثال فرض کنید گزاره‌های ۱ و ۲ برقرار باشند:

۱. شما باید (اگر به p باور دارید و باور دارید که p مستلزم q است، باور کنید که q).

۲. شما باور دارید که p و باور دارید که p مستلزم q است.

۱. لازم به ذکر است که در اعمال این تقسیم‌بندی تحت تاثیر 283-4 Bykvist and Hattiangadi 2007 بوده‌ایم.

۲. un-detachment argument

۳. در این خصوص همچنین بنگرید به Broome 1999, 2007 و Bykvist & Hattiangadi 2007.

مدعا این است که از ۱ و ۲ نمی‌توان نتیجه گرفت که:

۳. شما باید به q باور داشته باشید.

دلیل این امر آن است که q ممکن است جملهٔ پوچ، مثلاً بی‌معنا و یا نامعقول، باشد. و لذا در این حالت کار درستی که شما باید انجام دهید تصحیح باورهای قبلی است (و نه باور به چیزی که نتیجهٔ منطقی آن‌هاست)؛ به عنوان مثال در موقعیت فوق باید باور به p و یا باور به p مستلزم q است را کنار بگذارید. به‌طور مشابه نمی‌توان از TNW منطقیاً نتیجه گرفت که شخص باید به p باور بیاورد، حتی وقتی که p صادق باشد.

محتوای دقیقِ هنجار TNW آن است که بر اساس این هنجار که شخص موظف است به‌لحاظ معرفتی به گونه‌ای رفتار کند که گزارهٔ دوشروطیِ داخل پُرانتز صادق شود، یعنی یکی از دو حالت زیر اتفاق افتد: p صادق و وی به آن باور داشته باشد و یا این که p کاذب است و وی به آن باور ندارد. همچنین بر اساس این هنجار وی موظف است به‌لحاظ معرفتی به گونه‌ای رفتار نکند که گزارهٔ داخل پُرانتز کاذب شود، یعنی p صادق و وی به آن باور نداشته باشد و یا این که p کاذب است و وی به آن باور داشته باشد. هنجار اول اما صرفاً بیان می‌کند که شخص موظف است در صورتی که p صادق است به p باور بیاورد و در غیر این صورت چنین باوری را اتخاذ ننماید. بنابراین واضح است الزام هنجار TNW با الزامی که هنجار TNN بر شخص تحمیل میکند یکسان نیست.

اکنون فرم صوری دو هنجار صدق دامنه کوتاه و دامنه بلند را صورت‌بندی نموده و سپس بر اساس منطق ELO انتقاد شاکل را به بحث می‌گذاریم.

هنجار صدق دامنه کوتاه^۱: برای هر عامل a و هر فرمول φ :

$$\varphi \leftrightarrow OB_a \varphi$$

ما فرمول $\varphi \leftrightarrow OB_a \varphi$ را با نماد $TNN(\varphi, a)$ نشان می‌دهیم.

هنجار صدق دامنه بلند^۲: برای هر عامل a و هر فرمول φ :

قاری، کلاتری

$$O(\varphi \leftrightarrow B_a \varphi)$$

ما فرمول $O(\varphi \leftrightarrow B_a \varphi)$ را با نماد $TNW(\varphi, a)$ نشان می‌دهیم.

قضیه ۱. TNN و TNW هم‌ارز نیستند.

اثبات. برای اثبات قضیه نشان می‌دهیم که برای یک متغیر گزاره‌ای p فرمول‌های $TNN(p, a)$ و $TNW(p, a)$ با یکدیگر هم‌ارز

نیستند. ابتدا نشان می‌دهیم مدلی وجود دارد که در جهانی از آن $TNN(p, a)$ صادق است ولی $TNW(p, a)$ کاذب است. مدل

$M = (W, N^O, V_a^B, R_a^K, V)_{a \in Ag}$ زیر را در نظر بگیرید. $W = \{w, v\}$. تابع V_a^B روی W به صورت زیر تعریف می‌شود:

$V_a^B(w) = V_a^B(v) = \{p\}$. تابع همسایگی N^O به صورت زیر تعریف می‌شود: $N^O(w) = N^O(v) = \{W\}$. تابع V روی متغیر

گزاره‌ای p به صورت $V(p) = \{w\}$ و روی بقیه متغیرهای گزاره‌ای به صورت دلخواه تعریف می‌شود. و در نهایت رابطه

دسترس‌پذیری به صورت $R_a^K = \{(w, w), (v, v)\}$ تعریف می‌شود.

به‌سادگی دیده می‌شود که M مدلی برای ELO است. از آن جایی که $w \in V(p)$ پس $M, w \Vdash p$. از طرف دیگر چون

$[B_a p]_M = W \in N^O(w)$ ، پس $M, w \Vdash OB_a p$. در نتیجه

$$M, w \Vdash p \leftrightarrow OB_a p$$

اما چون $[p \leftrightarrow B_a p]_M = \{w\} \notin N^O(w)$ ، پس $M, w \not\Vdash O(p \leftrightarrow B_a p)$.

این نشان می‌دهد که هنجار صدق دامنه بلند نتیجه منطقی هنجار صدق دامنه کوتاه نیست. حال برای اثبات جهت عکس قضیه نشان

می‌دهیم مدلی وجود دارد که در جهانی از آن $TNW(p, a)$ صادق است، ولی $TNN(p, a)$ کاذب است. مدل

$M' = (W', N'^O, V_a'^B, R_a'^K, V')_{a \in Ag}$ زیر را در نظر بگیرید. $W' = \{w, v\}$. تابع $V_a'^B$ روی W' به صورت زیر تعریف می‌شود:

$V_a'^B(w) = V_a'^B(v) = \{p\}$. تابع همسایگی N'^O به صورت زیر تعریف می‌شود: $N'^O(w) = N'^O(v) = \{\{W', v\}\}$. تابع V'

روی متغیر گزاره‌ای p به صورت $V'(p) = \{v\}$ و روی بقیه متغیرهای گزاره‌ای به صورت دلخواه تعریف می‌شود. و در نهایت رابطه

دسترس‌پذیری به صورت $R_a'^K = \{(w, w), (v, v)\}$ تعریف می‌شود.

به‌سادگی دیده می‌شود که M مدلی برای ELO است. از آن جایی که $w \notin V'(p)$ پس $M', w \not\models p$. از طرف دیگر چون

$$[B_a p]_{M'} = W' \in N'^O(w) \text{ پس } M', w \models OB_a p \text{ در نتیجه}$$

$$M', w \not\models p \leftrightarrow OB_a p$$

اما چون $[p \leftrightarrow B_a p]_{M'} = \{v\} \in N'^O(w)$ پس

$$M, w \models O(p \leftrightarrow B_a p)$$

این نشان می‌دهد که هنجار صدق دامنه کوتاه نتیجه منطقی هنجار صدق دامنه بلند نیست. بنابراین هنجارهای صدق دامنه کوتاه و

دامنه بلند با یکدیگر معادل نیستند. \square

۱-۳- رد انتقادات شاکل در باب هنجار صدق دامنه کوتاه

شاکل^۱ گزاره خودارجاع زیر را در نظر گرفته است:

باور پوچ^۲: این گزاره نباید باور شود.

جمله باور پوچ می‌تواند برای عامل دلخواه a به صورت «این گزاره نباید توسط عامل a باور شود» بازنویسی شود. صورت‌بندی

منطقی گزاره اخیر در ELO به صورت زیر است:

$$\sigma \leftrightarrow O \neg B_a \sigma$$

که در آن $\sigma \in Prop$ یک متغیر گزاره‌ای است. ما این فرمول را $NB1$ می‌نامیم. شاکل^۳ نشان می‌دهد که جمله $NB1$ با هنجار

صدق دامنه کوتاه در تناقض است. برخلاف ادعای شاکل ما در قضیه بعد ثابت می‌کنیم که در نظر گرفتن $NB1$ با هنجار صدق

دامنه کوتاه هیچ تناقضی ندارد.

۱. در Shackle 2014

۲. Nought Belief

۳. در Shackle 2014

قاری، کلاتری

قضیه ۲. $NB1, TNN(\sigma, a) \not\vdash \perp$

اثبات. مدل نقض $M = (W, N^O, V_a^B, R_a^K, V)_{a \in Ag}$ زیر را در نظر بگیرید. $W = \{w, v\}$. تابع V_a^B روی W به صورت زیر

تعریف می‌شود: $V_a^B(w) = \emptyset$ و $V_a^B(v) = \{\sigma\}$. تابع همسایگی N^O به صورت زیر تعریف می‌شود:

$N^O(w) = N^O(v) = \{W\}$. تابع V روی متغیر گزاره‌ای σ به صورت $V(\sigma) = \{v\}$ و روی بقیه متغیرهای گزاره‌ای به صورت

دلخواه تعریف می‌شود. و در نهایت رابطه دسترس‌پذیری به صورت $R_a^K = \{(w, w), (v, v)\}$ تعریف می‌شود.

به‌سادگی دیده می‌شود که M مدلی برای ELO است. از آنجایی که $w \notin V(\sigma)$ پس $M, w \not\vdash \sigma$. از طرف دیگر چون

$[B_a\sigma]_M = \{v\} \notin N^O(w)$ و $[\neg B_a\sigma]_M = \{w\} \notin N^O(w)$ پس

$$M, w \not\vdash O\neg B_a\sigma, \quad M, w \not\vdash OB_a\sigma$$

در نتیجه

$$M, w \vdash \sigma \leftrightarrow O\neg B_a\sigma, \quad M, w \vdash \sigma \leftrightarrow OB_a\sigma$$

بنابراین مجموعه $\{NB1, TNN(\sigma, a)\}$ سازگار است، یعنی $NB1, TNN(\sigma, a) \not\vdash \perp$. پس بنا بر قضیه تمامیت

\square . $NB1, TNN(\sigma, a) \not\vdash \perp$

در واقع گزاره‌ای که با هنجار صدق دامنه کوتاه در تناقض است جمله زیر است:

چنین نیست که این گزاره باید باور شود.

صورت‌بندی منطقی این گزاره در ELO به صورت زیر است:

$$\psi \leftrightarrow \neg OB_a\psi$$

که در آن $\psi \in Prop$ یک متغیر گزاره‌ای است. ما این فرمول را $NB2$ می‌نامیم. در قضیه بعد ثابت می‌کنیم که $NB2$ با هنجار

صدق دامنه کوتاه تناقض دارد.

قضیه ۳. $NB2, TNN(\psi, a) \vdash \perp$.

اثبات. صورت صوری اثبات در منطق ELO به صورت زیر است:

- | | |
|--|--|
| بنا بر فرض $NB2$ | $\psi \leftrightarrow \neg OB_a \psi$.۱ |
| بنا بر فرض $TNN(\psi, a)$ | $\psi \leftrightarrow OB_a \psi$.۲ |
| با استفاده از ۱ و ۲ و استدلال در منطق گزاره‌ها | $\psi \leftrightarrow \neg \psi$.۳ |
| با استفاده از ۳ و استدلال در منطق گزاره‌ها. □ | \perp .۴ |

اشتباه شاکل در این است که بین دو جمله «نباید p » (که با فرمول $O\neg p$ صورت‌بندی می‌شود) و جمله «چنین نیست که باید p » (که با فرمول $\neg Op$ صورت‌بندی می‌شود) تمایزی قائل نشده است. همان‌طور که ثابت کردیم برخلاف ادعای شاکل جمله ارائه‌شده توسط او، یعنی $NB1$ ، با هنجار صدق دامنه کوتاه سازگار است و در تناقض نیست، درحالی‌که جمله‌ای که نویسندگان ارائه دادند، یعنی $NB2$ ، با هنجار صدق دامنه کوتاه در تناقض است.

در بخش بعد ثابت می‌کنیم که برخلاف ادعای شاکل جملات خودارجاع $NB1$ و $NB2$ با هنجار صدق دامنه بلند در تناقض نیستند.

۲-۳- طرح و بررسی انتقاداتی مشابه با انتقادات شاکل در باب هنجار صدق دامنه بلند

شاکل^۱ اشاره‌ای کوتاه به هنجار صدق دامنه بلند کرده است، و بیان کرده است که: «... من شک دارم (اما اثبات نکرده‌ام) که آن‌ها [یعنی هنجارهای صدق دامنه بلند] بتوانند از این پارادوکس رهایی یابند»^۲.

ما در این بخش ثابت می‌کنیم که حدس شاکل اشتباه است و جملات خودارجاع $NB1$ و $NB2$ با هنجار صدق دامنه بلند سازگار هستند. ابتدا ثابت می‌کنیم که در نظر گرفتن جمله خودارجاع $NB1$ با هنجار صدق دامنه بلند به هیچ تناقضی نمی‌انجامد.

قضیه ۴. $NB1, TNW(\sigma, a) \not\vdash \perp$.

۱. در مقاله 2014 Shackel

2. Shackel 2014: 525

قاری، کلاتری

اثبات. مدل نقض $M = (W, N^O, V_a^B, R_a^K, V)_{a \in Ag}$ معرفی شده در اثبات قضیه ۲ را در نظر بگیرید. می‌دانیم که

$$M, w \Vdash \sigma \leftrightarrow O \neg B_a \sigma \text{ حال از آن جایی که } W \in N^O(w) \text{ داریم } [\sigma \leftrightarrow B_a \sigma]_M = W$$

$$M, w \Vdash O(\sigma \leftrightarrow B_a \sigma)$$

بنابراین مجموعه $\{NB1, TNW(\sigma, a)\}$ سازگار است، یعنی $NB1, TNW(\sigma, a) \not\vdash \perp$. پس بنا بر قضیه تمامیت

$$\square . NB1, TNW(\sigma, a) \not\vdash \perp$$

حال نشان می‌دهیم که در نظر گرفتن گزاره $NB2$ نیز با هنجار صدق دامنه بلند به هیچ تناقضی نمی‌انجامد.^۱

$$. NB2, TNW(\psi, a) \not\vdash \perp \text{ قضیه ۵.}$$

اثبات. مدل نقض $M = (W, N^O, V_a^B, R_a^K, V)_{a \in Ag}$ زیر را در نظر بگیرید. $W = \{w, v, u\}$. تابع V_a^B روی W به این صورت

تعریف می‌شود: $V_a^B(w) = V_a^B(u) = \emptyset, V_a^B(v) = \{\psi\}$. تابع همسایگی N^O به این صورت تعریف می‌شود:

$N^O(u) = \{W\}$ و $N^O(w) = N^O(v) = \{\{v\}, \{w, v\}, W\}$. تابع V روی متغیر گزاره‌ای ψ به صورت $V(\psi) = \{u, v\}$ و روی

بقیه متغیرهای گزاره‌ای به صورت دلخواه تعریف می‌شود، و در نهایت رابطه دسترس‌پذیری به صورت

$$R_a^K = \{(w, w), (v, v), (u, u), (u, w)\} \text{ تعریف می‌شود.}$$

به‌سادگی دیده می‌شود که M مدلی برای ELO است. چون $w \notin V(\psi)$ پس $M, w \not\vdash \psi$. از طرف دیگر چون

$$[B_a \psi]_M = \{v\} \in N^O(w) \text{ پس } M, w \Vdash \neg O B_a \psi \text{ در نتیجه}$$

$$M, w \Vdash \psi \leftrightarrow \neg O B_a \psi$$

حال از آن جایی که $[\psi \leftrightarrow B_a \psi]_M = \{w, v\} \in N^O(w)$ پس

$$M, w \Vdash O(\psi \leftrightarrow B_a \psi)$$

۱. لازم به ذکر است که یک راه برای این که جمله $NB2$ با هنجار صدق دامنه بلند در تناقض باشد این است که هنجار صدق دامنه بلند مستلزم هنجار صدق

دامنه کوتاه باشد (یعنی فرمول $O(\psi \leftrightarrow B_a \psi) \rightarrow (\psi \leftrightarrow O B_a \psi)$ معتبر باشد). اما پیش از این در قضیه ۱ نشان دادیم که این فرمول معتبر نیست.

بنابراین مجموعه $\{NB2, TNW(\psi, a)\}$ سازگار است، یعنی $NB2, TNW(\psi, a) \Vdash \perp$. پس بنا بر قضیهٔ تمامیت

$$\square . NB2, TNW(\psi, a) \not\vdash \perp$$

به‌علاوه شاکل در مقالهٔ خود به اصل جدانشدگی اشاره می‌کند و بیان می‌کند که برای این‌که این پارادوکس برای هنجارهای دامنه بلند بتواند کار کند نیاز به شرایطی است که تحت آن اصل جدانشدگی برقرار باشد. در ادامه او می‌افزاید که این شرایط بحث‌انگیز هستند، ولی به‌طور گسترده پذیرفته شده است که چنین شرایطی باید وجود داشته باشند.^۱ پس در این‌جا شاکل دو ادعا دارد: یکی این‌که اصل جدانشدگی پذیرفتنی است، و دیگر این‌که با پذیرفتن این اصل پارادوکس مشابهی برای هنجار صدق دامنه بلند رخ می‌دهد. در ادامه ثابت می‌کنیم که این دو ادعا نادرست هستند.

اصل جدانشدگی را می‌توان در ELO به صورت زیر نوشت:

$$O(p \rightarrow B_a p) \rightarrow (p \rightarrow OB_a p)$$

فرمول بالا را با نماد $Det(\varphi)$ نشان می‌دهیم.

قضیهٔ ۶. اصل جدانشدگی در ELO معتبر نیست.

اثبات. نمونهٔ زیر از اصل جدانشدگی را در نظر بگیرید:

$$O(p \rightarrow B_a p) \rightarrow (p \rightarrow OB_a p)$$

که در آن $p \in Prop$. مدل نقض $M = (W, N^O, V_a^B, R_a^K, V)_{a \in Ag}$ زیر را برای این فرمول

در نظر بگیرید. $W = \{w, v\}$. تابع V_a^B روی W به صورت زیر تعریف می‌شود: $V_a^B(w) = \{p\}$ و $V_a^B(v) = \emptyset$. تابع

همسایگی N^O به صورت زیر تعریف می‌شود: $N^O(w) = \{W\}$. تابع V روی متغیر گزاره‌ای σ به صورت $V(p) = \{w\}$ و

روی بقیهٔ متغیرهای گزاره‌ای به صورت دلخواه تعریف می‌شود. و در نهایت رابطهٔ دسترس‌پذیری به صورت

$$R_a^K = \{(w, w), (v, v)\} \text{ تعریف می‌شود.}$$

قاری، کلاتری

به سادگی دیده می شود که M مدلی برای ELO است. از آنجایی که $[p \rightarrow B_a p]_M = W \in N^O(w)$ پس

از طرف دیگر چون $w \in V(p)$ و $[B_a p]_M = \{w\} \notin N^O(w)$ پس

$$\square . M, w \not\models p \rightarrow OB_a p \text{ در نتیجه } . M, w \not\models O(p \rightarrow B_a p) \rightarrow (p \rightarrow OB_a p)$$

در دو قضیه بعدی نشان می دهیم که حتی با فرض اصل جداشدگی جملات $NB1$ و $NB2$ با هنجار صدق دامنه بلند در تناقض

نیستند.

$$\text{قضیه ۷. } . NB1, TNW(\sigma, a), Det(\sigma) \not\models \perp$$

اثبات. به راحتی می توان نشان داد که مدل M ساخته شده در اثبات قضیه ۲ مدلی برای مجموعه $\{NB1, TNW(\sigma, a), Det(\sigma)\}$

$$\square . NB1, TNW(\sigma, a), Det(\sigma) \not\models \perp \text{ است. بنابراین با استفاده از قضیه تمامیت داریم}$$

$$\text{قضیه ۸. } . NB2, TNW(\psi, a), Det(\psi) \not\models \perp$$

اثبات. به راحتی می توان نشان داد که مدل M ساخته شده در اثبات قضیه ۵ مدلی برای مجموعه $\{NB2, TNW(\psi, a), Det(\psi)\}$

$$\square . NB2, TNW(\psi, a), Det(\psi) \not\models \perp \text{ است. بنابراین با استفاده از قضیه تمامیت داریم}$$

قضیه های ۶، ۷ و ۸ نشان می دهند که هر دو ادعای شاکل در مورد اصل جداشدگی نادرست هستند.

در انتها نشان می دهیم که با افزودن هنجار دامنه بلند به عنوان یک اصل موضوعه جدید به منطق ELO منطقی سازگار به دست می

آید. فرض کنید ELOW نشان دهنده منطقی باشد که زبان آن دقیقاً همان زبان ELO است، و شامل همه اصول و قواعد ELO است

به علاوه اصل زیر

$$O(\varphi \leftrightarrow B_a \varphi).$$

یک مدل $M = (W, N^O, V_a^B, R_a^K, V)_{a \in Ag}$ برای ELOW مدلی است از ELO به طوری که در شرط زیر هم صدق می کند:

$$\bullet \text{ برای هر وضعیت } w \text{ و هر فرمول } \varphi \text{ داریم: } . [\varphi \leftrightarrow B_a \varphi]_M \in N^O(w)$$

تعریف اثبات‌پذیری و اعتبار برای منطق ELOW کاملاً مشابه با تعریف‌های متناظر برای منطق ELO است و به ترتیب با نمادهای \vdash_{ELOW} و \Vdash_{ELOW} نشان داده می‌شوند. مشابه با اثبات قضیهٔ تمامیت برای ELO می‌توان یک قضیهٔ تمامیت برای ELOW ثابت کرد (در اینجا از بیان جزئیات اثبات می‌پرهیزیم).

قضیهٔ تمامیت برای ELOW. فرض کنید S مجموعه‌ای متناهی از فرمول‌ها و φ یک فرمول باشد. در این صورت

$$S \Vdash_{ELOW} \varphi \text{ اگر و تنها اگر } S \Vdash_{ELOW} \varphi.$$

قضیهٔ بالا نشان می‌دهد که منطق ELOW سازگار است، و بنابراین افزودن هنجار صدق دامنه بلند به ELO به تناقض منجر نمی‌شود.

به‌طور خلاصه در این بخش ثابت کردیم که انتقاد شاکل^۱ در باب هنجار صدق دامنه کوتاه قابل قبول نیست، اگر چه ما با ایجاد تغییراتی در گزارهٔ خودارجاع شاکل استدلال کردیم که این انتقاد در باب گزارهٔ خودارجاع نویسندگان، یعنی NB2، قابل قبول است. به‌علاوه به نظر نویسندگان، شاکل از نسخهٔ دامنه بلند هنجار صدق غفلت نموده است؛ درحالی‌که برخلاف حدس شاکل ما استدلال نمودیم که نمی‌توان انتقادی مشابه با انتقاد او علیه این هنجار مطرح نمود.

در بخش بعدی مقاله انتقاد شاکل را در رابطه با هنجار معرفت مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۴-هنجار معرفت

ابتدا صورت‌بندی هنجار معرفت KN را در منطق ELO بیان می‌کنیم.

هنجار معرفت^۲: برای هر عامل a و هر فرمول φ :

$$K_a \varphi \leftrightarrow O B_a \varphi$$

۱. در مقالهٔ Shackle 2014

قاری، کلاتری

ما فرمول $K_a \varphi \leftrightarrow O B_a \varphi$ را با نماد $KN(\varphi, a)$ نشان می‌دهیم.^۱

شاکل^۲ نشان می‌دهد که گزاره خودارجاع $NB1$ و هنجار معرفت به تناقض منجر می‌شوند (هرچند او باز هم در این جا بین گزاره‌های خودارجاع $NB1$ و $NB2$ خلط کرده است، و در واقع استدلال او فقط با گزاره خودارجاع $NB2$ می‌تواند صورت‌بندی شود). ما ثابت می‌کنیم که حتی با در نظر گرفتن گزاره خودارجاع $NB2$ باز هم استدلال او اشتباهاتی دارد. ابتدا در این جا استدلال شاکل را با گزاره خودارجاع $NB2$ دوباره بیان می‌کنیم و سپس گام‌های اشتباه استدلال را نشان می‌دهیم.

استدلال شاکل در دو مرحله به صورت زیر انجام می‌شود (اعداد رومی داخل پرانتز در سمت چپ هر سطر نشان‌دهنده عدد فرض‌هاست، یعنی نشان‌دهنده عدد مربوط به سطر فرض‌هایی است که فرمول با آن فرض‌ها ثابت شده است):

مرحله اول: ثابت می‌کنیم $K_a \psi \rightarrow \neg K_a \psi$

- | | | |
|--|---|-----|
| بنابر اصل T | $K_a \psi \rightarrow \psi$ | i |
| بنابر فرض $NB2$ و استدلال در منطق گزاره‌ها (ii) | $\psi \rightarrow \neg O B_a \psi$ | ii |
| بنابر $KN(\psi, a)$ و استدلال در منطق گزاره‌ها (iii) | $\neg O B_a \psi \rightarrow \neg K_a \psi$ | iii |
| بنابر ۱، ۲ و ۳ و استدلال در منطق گزاره‌ها (ii, iii) | $K_a \psi \rightarrow \neg K_a \psi$ | iv |

مرحله دوم: ثابت می‌کنیم $\neg K_a \psi \rightarrow K_a \psi$

- | | | |
|---|---|----|
| بنابر ۴ در مرحله اول و استدلال در منطق گزاره‌ها (ii, iii) | $\neg K_a \psi$ | ۱. |
| بنابر ۱ و (صورتی از) قاعده ضرورت معرفت (ii, iii) | $K_a \neg K_a \psi$ | ۲. |
| بنابر $KN(\psi, a)$ و (صورتی از) قاعده ضرورت معرفت (iii) | $K_a (\neg K_a \psi \rightarrow \neg O B_a \psi)$ | ۳. |

۱. لازم به ذکر است که اگر بپذیریم که باور شرط لازم معرفت است یعنی $K_a \varphi \rightarrow B_a \varphi$ (مثلاً اگر «باور صادق موجه» را به عنوان تعریف معرفت بپذیریم)، آنگاه هنجار معرفت نتیجه می‌دهد که $O B_a \varphi \rightarrow B_a \varphi$. یعنی همهٔ عامل‌ها به همهٔ آنچه باید باور داشته باشند باور دارند، که کاملاً خلاف واقع است. بنابراین به نظر می‌رسد نمی‌توان همزمان هم هنجار معرفت را پذیرفت و هم این واقعیت را که باور شرط لازم معرفت است.

۴. $K_a \neg O B_a \psi$ بنا بر ۲ و ۳ و اصل K و استدلال در منطق گزاره‌ها (ii, iii)
۵. $K_a (\neg O B_a \psi \rightarrow \psi)$ بنا بر $NB2$ و (صورتی از) قاعده ضرورت معرفت (ii)
۶. $K_a \psi$ بنا بر ۴ و ۵ و اصل K و استدلال در منطق گزاره‌ها (ii, iii)
۷. $\neg K_a \psi \rightarrow K_a \psi$ بنا بر ۱ و ۶ و قاعده‌ی دلیل شرطی (ii, iii)

در این جا به نقد استدلال بالا می‌پردازیم و برخی اشکالات موجود در آن را برمی‌شماریم:

۱. شاکل در اثبات اصلی خود^۱ از فرض $NB1$ به جای $NB2$ استفاده کرده است. به راحتی می‌توان دید که اگر $NB1$ در اثبات بالا استفاده شود، در این صورت گام iii اثبات در مرحله اول را نمی‌توان به کار برد (زیرا نمی‌توان از $K_a \sigma \rightarrow \sigma$ و $\sigma \rightarrow O \neg B_a \sigma$ و $\neg O B_a \sigma \rightarrow \neg K_a \sigma$ فرمول $K_a \sigma \rightarrow \neg K_a \sigma$ را نتیجه گرفت)، و بنابراین گام‌های اثبات به درستی انجام نمی‌شوند.
۲. شاکل در مرحله دوم اثبات در سطرهای ۲، ۳ و ۵ از قاعده ضرورت معرفت به نادرستی استفاده کرده است. در واقع در این سطرهای اثبات او عمل‌گر معرفت را بر فرمول‌هایی اعمال کرده است که با استفاده از فرضیات اثبات شده اند (مثلا در سطر ۲ عمل‌گر معرفت بر فرمول $\neg K_a \psi$ اعمال شده است که با استفاده از فرضیات ii و iii اثبات شده‌اند)، درحالی‌که در قاعده ضرورت معرفت عمل‌گر معرفت فقط روی قضیه‌ها (یعنی فرمول‌هایی که بدون هیچ فرضی اثبات می‌شوند) باید اعمال شود. به‌طور دقیق‌تر می‌توان گفت قاعده‌ای که شاکل به کار برده است به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{S \vdash \varphi}{S \vdash K_a \varphi}$$

اجازه دهید نام این قاعده را N_K بگذاریم. استفاده از قاعده N_K به نتیجه غیرقابل قبول زیر منجر می‌شود: با استفاده از اصل T داریم $K_a \varphi \vdash \varphi$. حال با استفاده از قاعده N_K داریم $K_a \varphi \vdash K_b \varphi$. یعنی اگر عامل a بداند که φ صادق

قاری، کلاتری

است، آن‌گاه عامل b نیز می‌داند که φ صادق است. پس هر آنچه عامل a می‌داند عامل b نیز می‌داند! که این نتیجه به وضوح غیرقابل قبول است.^۱

صورت درست قاعده ضرورت معرفت در حضور فرضیات به صورت زیر است (که در بخش ۲ آن را *Nec* نامیدیم):

$$\frac{\vdash \varphi}{S \vdash K_a \varphi}$$

یعنی در قاعده ضرورت معرفت عمل‌گر معرفت فقط روی قضیه‌ها باید اعمال شود. همان‌طور که در بخش ۲ گفته شد، حتی این صورت از قاعده ضرورت معرفت محل مناقشه‌های بسیار است (مسئله همه‌چیزدانی معرفتی در بخش ۲ را ببینید).

۳. شاکل در گام ۷ در مرحله دوم اثبات از قاعده دلیل شرطی استفاده کرده است. به علاوه همان‌طور که گفته شد او از قاعده N_K نیز استفاده کرده است. با استفاده از قاعده دلیل شرطی و قاعده N_K می‌توان نتیجه غیرقابل قبول زیر را به دست آورد: می‌دانیم که $\varphi \vdash \varphi$. با استفاده از قاعده N_K داریم $\varphi \vdash K_a \varphi$. حال با استفاده از قاعده دلیل شرطی داریم $\vdash \varphi \rightarrow K_a \varphi$. که این به همراه اصل T به نتیجه غیرقابل قبول زیر می‌انجامد $\vdash \varphi \leftrightarrow K_a \varphi$. البته به راحتی می‌توان دید که استدلال شاکل نیازی به کاربرد قاعده دلیل شرطی در گام ۷ ندارد، زیرا پیش از این گام فرمول‌های سطرهای ۱ و ۶ با یکدیگر در تناقض هستند.

در قضیه‌های زیر نشان می‌دهیم که هیچ‌کدام از $NB1$ و $NB2$ با هنجار معرفت در تناقض نیستند.

قضیه ۹. $NB1, KN(\sigma, a) \not\vdash \perp$

اثبات. مدل نقض $M = (W, N^O, V_a^B, R_a^K, V)_{a \in Ag}$ معرفی شده در اثبات قضیه ۲ را در نظر بگیرید. قبلاً نشان داده‌ایم که $M, w \Vdash \sigma \leftrightarrow O \neg B_a \sigma$. از یک طرف می‌دانیم $M, w \not\vdash O B_a \sigma$. از طرف دیگر چون $M, w \not\vdash \sigma$ و $w R_a^K w$ پس $M, w \not\vdash K_a \sigma$ در نتیجه

۱. لازم به ذکر است که قاعده N_K برای اصل‌بندی منطق موجبات در برخی از کتاب‌ها و مقالات استفاده شده است (مثلاً (Fagin, et. al. 2001) را ببینید). نویسندگان در این‌جا تنها نشان دادند که این صورت‌بندی برای منطق‌های موجبات معرفتی چندعاملی (multi-agent modal epistemic logic) مناسب نیست. برای مطالعه بیشتر در مورد تفاوت بین قاعده N_K و قاعده *Nec* و ارتباط آن‌ها با قاعده دلیل شرطی به مقاله (Hakli and Negri 2012) مراجعه نمایید.

$$M, w \Vdash K_a \sigma \leftrightarrow O B_a \sigma$$

بنابراین مجموعه $\{NB1, KN(\sigma, a)\}$ سازگار است، یعنی $NB1, KN(\sigma, a) \not\equiv \perp$. پس بنا بر قضیه تمامیت

$$\square . NB1, KN(\sigma, a) \not\equiv \perp$$

$$. NB2, KN(\psi, a) \not\equiv \perp \text{ . قضیه ۱۰ .}$$

اثبات. مدل $M = (W, N^O, V_a^B, R_a^K, V)_{a \in Ag}$ معرفی شده در اثبات قضیه ۵ را در نظر بگیرید. از آنجایی که $u \in V(\psi)$ ، پس

$$M, u \Vdash \psi \text{ از طرف دیگر چون } [B_a \psi]_M = \{v\} \notin N^O(u) \text{ پس } M, u \Vdash \neg O B_a \psi \text{ در نتیجه}$$

$$M, u \Vdash \psi \leftrightarrow \neg O B_a \psi$$

حال چون $M, w \not\Vdash \psi$ و $u R_a^K w$ پس $M, u \not\Vdash K_a \psi$ در نتیجه

$$M, u \Vdash K_a \psi \leftrightarrow O B_a \psi$$

بنابراین مجموعه $\{NB2, KN(\psi, a)\}$ سازگار است، یعنی $NB2, KN(\psi, a) \not\equiv \perp$. پس بنا بر قضیه تمامیت

$$\square . NB2, KN(\psi, a) \not\equiv \perp$$

به‌طور خلاصه نتیجه این است که در دو قضیه بالا ما ثابت کردیم که در منطق ELO هنجار معرفتی هیچ تناقضی با جملات خودارجاع NB1 و NB2 که توسط شاکل و نویسندگان معرفی شده‌اند ندارد. بنابراین نقد شاکل بر هنجار معرفتی قابل قبول نیست.

اجازه دهید مقاله را با یک نقد احتمالی بر کار نویسندگان و پاسخ به آن به پایان ببریم. شاید بتوان این‌گونه استدلال کرد که منطق به کار رفته در این مقاله، یعنی ELO، چنان منطق ضعیفی انتخاب شده است که در آن NB2 و $KN(\psi, a)$ قضیه نیستند. اگر بتوان منطقی معرفی کرد که در آن جملات NB2 و $KN(\psi, a)$ قضیه باشند، آن‌گاه کاربردهای قاعده ضرورت معرفت در استدلال شاکل بدون اشکال خواهند بود، و بنابراین انتقاد شاکل بر هنجار معرفت درست خواهد بود. در این‌جا با اثباتی ساده‌تر از آنچه شاکل ارائه کرده است (و بدون استفاده از اصل K و قاعده دلیل شرطی) نشان می‌دهیم که اگر در منطقی مانند L جملات NB2 و $KN(\psi, a)$ قضیه باشند، آن‌گاه منطق L ناسازگار است:

$$1. \quad \psi \leftrightarrow \neg O B_a \psi \quad \text{بنابر NB2 (قضیه‌ای از L)}$$

$$2. \quad O B_a \psi \rightarrow K_a \psi \quad \text{بنابر } KN(\psi, a) \text{ (قضیه‌ای از L) و استدلال در منطق گزاره‌ها}$$

$$3. \quad K_a \psi \rightarrow \psi \quad \text{بنابر اصل T}$$

$$4. \quad O B_a \psi \rightarrow \neg O B_a \psi \quad \text{با استفاده از ۱ و ۲ و ۳ و استدلال در منطق گزاره‌ها}$$

$$5. \quad \neg O B_a \psi \quad \text{با استفاده از ۴ و استدلال در منطق گزاره‌ها}$$

قاری، کلاتری

۶. ψ با استفاده از ۱ و ۵ و استدلال در منطق گزاره‌ها
۷. $K_a \psi$ با استفاده از ۶ و قاعده‌ی Nec
۸. $OB_a \psi$ با استفاده از ۷ و $KN(\psi, a)$ و استدلال در منطق گزاره‌ها
۹. \perp با استفاده از ۵ و ۸

دقت کنید که قاعده‌ی Nec در گام ۷ به درستی به کار رفته است، زیرا در گام‌های ۱ و ۲ جملات $NB2$ و $KN(\psi, a)$ قضیه هستند و بنابراین فرمول ψ در گام ۶ یک قضیه است. اگر چه به نظر می‌رسد که اثبات بالا وجود تناقض (یا به گفته‌ی شاکل وجود پارادوکس) در هنجار معرفت را تایید می‌کند، اما در استدلال بالا قاعده‌ی Nec به کار رفته است و همان‌طور که پیش از این گفته شد این قاعده به مسأله‌ی همه‌چیزدانی منطقی منجر می‌شود.

نتیجه‌گیری

در این مقاله به شرح انتقادات شاکل علیه هنجار صدق و هنجار معرفت پرداختیم. بر اساس این انتقاد، گزاره‌های خودارجاعی وجود دارند که هنجارهای معرفتی شده در ارتباط با آن‌ها دچار تناقض می‌گردند. برای بررسی انتقادات فوق ابتدا به معرفی منطق ELO پرداختیم و در ادامه استدلال نمودیم که انتقادات شاکل قابل قبول نیستند، به این شرح که هرچند گزاره‌ی خودارجاع شاکل در ارتباط با هنجار صدق دامنه کوتاه واجد تناقض نیست، اما ما با ایجاد تغییراتی در گزاره‌ی خودارجاع شاکل استدلال کردیم که این انتقاد در باب گزاره‌ی خودارجاعی که نویسندگان پیشنهاد نمودند قابل قبول است. بنابراین هنجار صدق دامنه کوتاه دارای تناقض است. به‌علاوه به نظر نویسندگان، شاکل از نسخه‌ی دامنه بلند هنجار صدق غفلت نموده است؛ درحالی‌که ما استدلال نمودیم که نمی‌توان انتقادی مشابه با انتقاد شاکل علیه این هنجار مطرح نمود. به‌علاوه نشان دادیم که می‌توان هنجار صدق دامنه بلند را به‌عنوان یک اصل به منطق ELO افزود و منطق حاصل یک منطق سازگار خواهد بود. بنابراین هنجار صدق دامنه بلند دارای تناقض نیست. در انتها نشان دادیم که استدلال شاکل مبنی بر وجود تناقض برای هنجار معرفت دارای اشکال است. به عبارت دقیق‌تر، اگر بتوان هنجار معرفت و جملات خودارجاع را در منطقی به‌عنوان قضیه (بدون هیچ‌گونه فرضی) ثابت کرد، آن‌گاه آن منطق ناسازگار است. بنابراین هنجار معرفت در چنین منطقی دارای تناقض است. ولی چنین منطقی دارای مشکل اساسی «مسأله‌ی همه‌چیزدانی منطقی» است. بنابراین در نهایت نقد شاکل بر هنجار معرفت پذیرفتنی نیست.

در ضمن چنان که استدلال نمودیم اصول و قواعد منطقی که پیشنهاد کرده ایم (به غیر از قاعده‌ی Nec که در استدلال شاکل به کار رفته است و مورد پذیرش ما نیست) معقول و قابل قبول هستند، به‌علاوه استدلال نمودیم که این منطق تناقض‌های مد نظر شاکل را نتیجه نمی‌دهد. نتیجه‌ای که از این مقاله می‌گیریم نتیجه‌ای فروتنانه^۱ است، به این معنا که در این مقاله «شاهدی»، و نه برهان قطعی،

علیه استدلال‌های شاکل مطرح نموده ایم. یعنی هرچند نشان داده ایم که استدلال‌های شاکل در منطق پیشنهادی ما دارای اشکال است، ولی نشان نداده ایم که هنجار صدق دامنه بلند و هنجار معرفت در هیچ منطقی دارای پارادوکس نیستند. مدافع شاکل باید یا نتیجه پیشنهادی ما را بپذیرد و یا این‌که بتواند منطق قابل قبول‌تری پیشنهاد دهد به طوری که تناقض‌های مورد نظر شاکل در آن منطق اثبات شوند.

- کلاتری، سید علی، بازنگری شعار ویلیامز که باور ناظر به هدف صدق است، متافیزیک، شماره ۱۳: ۳۴-۴۷، ۱۳۹۳.
- کلاتری، سید علی، پژوهشی در باب پیروی از هنجار باور، حکمت و فلسفه، شماره ۱۲: ۷۳-۹۲، ۱۳۹۵.
- Boghossian, P., "The Normativity of Content", *Philosophical Issues*, 13: 31-45, 2003.
- Boghossian, P., *Content and Justification*, Oxford: Oxford University Press, 2008.
- Broome, J., *Normative requirements*, In J. Dancy (Ed.), *Normativity*. Oxford: Blackwell, 1999.
- Broome, J., "Wide or narrow scope?", *Mind*, 116 (462): 359-370, 2007.
- Brown, J., "Knowledge and assertion", *Philosophy and Phenomenological Research*, 81(3): 549-566, 2010.
- Bykvist, K. and Hattiangadi, A., "Does thought imply ought?", *Analysis*, 67: 277-285, 2007.
- Gluer, K. and Wikforss, A., "Against Content Normativity", *Mind*, 118: 31-70, 2009.
- Gluer, K. and Wikforss, A., "The Truth Norm and Guidance: A Reply to Steglich-Petersen", *Mind*, 119: 757-761, 2010.
- Gluer, K. and Wikforss, A., "Against Belief Normativity", In Timothy Chan (ed.), *The Aim of Belief*. Oxford University Press, 2013.
- Hakli, R. and Negri, S., "Does the deduction theorem fail for modal logic?", *Synthese*, 187(3): 849-867, 2012.
- Fagin, R., Halpern, J., Moses, Y. and Vardi, M., *Reasoning About Knowledge*, MIT Press, 1995.
- Hansson, S. O., "The Varieties of Permission", In: Dov Gabbay, et al. (eds.), *Handbook of Deontic Logic and Normative Systems*, pages 195-240, College Publications, 2013.
- McHugh, C and Whiting, D., "The Normativity of Belief", *Analysis*. 74: 698-713, 2014.
- Millar, A., *Understanding People*, Oxford: Oxford University Press, 1994.
- Pacuit, E., *Neighborhood Semantics for Modal Logic*, Springer, 2017.
- Shackel, N., "The Nought Belief Paradox", *Erkenntnis*, 79: 523-529, 2014.
- Shah, N., "How Truth Governs Belief", *The Philosophical Review*, 112: 447-482, 2003.

Shah, N., "The Normativity of Belief and Self-Fulfilling Normative Beliefs", In David Hunter (ed.), *Belief and Agency*, supplement to the *Canadian Journal of Philosophy*, 2009.

Steglich-Petersen, A., "No Norm Needed: On the Aim of Belief", *Philosophical Quarterly*, 56: 499–516, 2006.

Velleman, D., *The Possibility of Practical Reason*, Oxford: Oxford University Press, 2000.

Whiting, D., "Should I believe the truth?", *Dialectica* 64: 213–24, 2010.

Wedgwood, R., "The Nature of Normativity", Oxford: Oxford University Press, 2007.

Wedgwood, R., "The Right Think to Believe?", In Timothy Chan (ed.), *The Aim of Belief*. Oxford University Press, 2013.

Williams, B., "Deciding to Believe", In his *Problems of the Self*. Cambridge: Cambridge University Press, 1973.

Williamson, T., *Knowledge and its limits*, Oxford: Oxford University Press, 2000.